

5.1. POJĘCIE WIELOMIANU

<p>Wielomianem jednej zmiennej x nazywamy funkcję</p> $W(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$ <p>gdzie $n \in N; a_n, \dots, a_2, a_1, a_0 \in R$ $a_n, \dots, a_2, a_1, a_0$ - współczynniki wielomianu a_0 - wyraz wolny</p>
<p>Jeśli $a_n \neq 0$, to wielomian W jest wielomianem stopnia n ($stW = n$)</p>
<p>Jeśli $a_n = \dots = a_2 = a_1 = a_0 = 0$, to wielomian W jest wielomianem zerowym.</p> <p>Wielomian zerowy nie ma określonego stopnia.</p> <p>Wielomian zerowy zapisujemy $W(x) \equiv 0$</p>

Przykład 5.1.1. Podaj stopień i wypisz współczynniki wielomianu W :

a) $W(x) = x^4 - 2 + 3x - 3x^3 + 2x^5$

Rozwiązanie	Komentarz
$stW = 5$	Stopień wielomianu jest równy najwyższej potędze x .
$a_5 = 2; a_4 = 1; a_3 = -3; a_2 = 0; a_1 = 3; a_0 = -2$	Numery współczynników są takie same jak potęgi x przy których te współczynniki stoją.

b) $W(x) = 2^4$

Rozwiązanie	Komentarz
$stW = 0$	$W(x) = 2^4 = 16$ jest to funkcja stała.
$a_0 = 2^4 = 16$	Wielomian składa się tylko z wyrazu wolnego.

Przykład 5.1.2. Uporządkuj wielomian $W(x) = -x + 5 + 3x^2 + 4x^5 - x^4$

Rozwiązanie	Komentarz
$W(x) = 4x^5 - x^4 + 3x^2 - x + 5$	Ustawiamy wyrażenia od najwyższej do najniższej potęgi x

Przykład 5.1.3. Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 - x^2 + 2$. Oblicz $W(-2)$.

Rozwiązanie	Komentarz
$W(-2) = 3 \cdot (-2)^3 - (-2)^2 + 2 = -26$	Obliczamy wartość funkcji W dla argumentu -2 .

Przykład 5.1.4. Wyznacz współczynnik a wielomianu $W(x) = x^3 + ax + 3$, jeśli $W(-4) = 3$.

Rozwiązanie	Komentarz
$W(-4) = (-4)^3 + a \cdot (-4) + 3 = -64 - 4a + 3 = -4a - 61$	Obliczamy wartość funkcji W dla argumentu -4 .
$-4a - 61 = 3$ $-4a = 61 + 3$ $-4a = 64 / :(-4)$ $a = -16$	Ponieważ $W(-4) = 3$, to otrzymane wyrażenie $-4a - 61$ przyrównujemy do 3 i obliczamy a .

Równość wielomianów.

Wielomiany zmiennej x są równe \Leftrightarrow mają ten sam stopień i równe współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej.

Przykład 5.1.5. Wyznacz wartości a, b, c , dla których wielomiany

$$W(x) = ax^3 + (3b - 2)x^2 - 3 \quad \text{i} \quad P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2cx - 3 \quad \text{są równe.}$$

Rozwiązanie	Komentarz
$\begin{cases} a = 2 \\ 3b - 2 = -4 \\ 0 = 2c \\ -3 = -3 \end{cases}$	Przyrównujemy odpowiednie współczynniki i tworzymy układ równań.
$\begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{2}{3} \\ c = 0 \end{cases}$	Rozwiązujemy układ równań.
<p>Odp. Wielomiany są równe, gdy</p> $a = 2; b = -\frac{2}{3}; c = 0$	Dla obliczonych wartości a, b, c wielomiany mają ten sam stopień 3 i współczynniki przy odpowiednich potęgach x są równe.

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 5.1.1. (3pkt.) Uporządkuj wielomian $W(x) = x + x^3 - 2x^5 - 1 - x^2 + 3x^4$.

Podaj jego stopień i sumę współczynników.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Uporządkowanie wielomianu	1
2	Podanie stopnia wielomianu	1
3	Podanie sumy współczynników	1

Ćwiczenie 5.1.2. (1pkt.) Oblicz wartość wielomianu $W(x) = x^4 + 2x^3 - 2x + 4$ dla $x = -1$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wartości funkcji W dla argumentu -4 .	1

Ćwiczenie 5.1.3. (2pkt.) Wyznacz współczynniki a i b wielomianu

$$W(x) = -3x^3 + ax^2 + bx + 2, \text{ jeśli } W(-1) = 4; W(2) = 20.$$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Ułożenie układu równań z niewiadomymi a i b .	1
2	Podanie wartości a i b .	1

Ćwiczenie 5.1.4. (2pkt.) Wyznacz wartości a i b , dla których wielomiany

$$W(x) = x^3 + (2b + a)x^2 + (b - a)x \text{ i } P(x) = x^3 + 4x^2 - 5x \text{ są równe.}$$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Ułożenie układu równań z niewiadomymi a i b .	1
2	Podanie wartości a i b .	1